TEST (2 h)		Novembre 2014
	MATHEMATIQUE	

Les 4 exercices suivants sont indépendants.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

1- *Pour cette question, la calculatrice est interdite ; Il faudra présenter les étapes des calculs*

$A = \frac{1}{5} + \frac{4}{5}\left(\frac{21}{25} \times \frac{15}{14} - \frac{2}{5}\right)$. *Calculer A, mettre la réponse sous forme de fraction*

$B = \frac{1}{5}\sqrt{10}\,(2\sqrt{10} - \sqrt{5})$. *Mettre B sous la forme* $a + b\sqrt{c}$ *avec a, b et c entiers*

2- *Développer* $C = (a + 2)(3 - 2a) - (a + 3)^2$

3- *Factoriser* $D = 2ab^2 + 4a^2b - 6a^2b^2$; $E = (a + 3)^2 + a^2 - 9$

4- *Résoudre dans IR*

(E_1) $x^2 - x = 2$ (E_2) $\frac{x + 1}{3} = \frac{2x - 1}{2}$ (I_3) $\frac{2x + 4}{3 - x} \leq 0$

Exercice 2

Soit i le nombre complexe vérifiant : $i^2 = -1$. *On note* $z = x + iy$ *l'écriture algébrique du nombre complexe z (x et y sont 2 nombres réels) et* $\overline{z}$ *le conjugué de z*

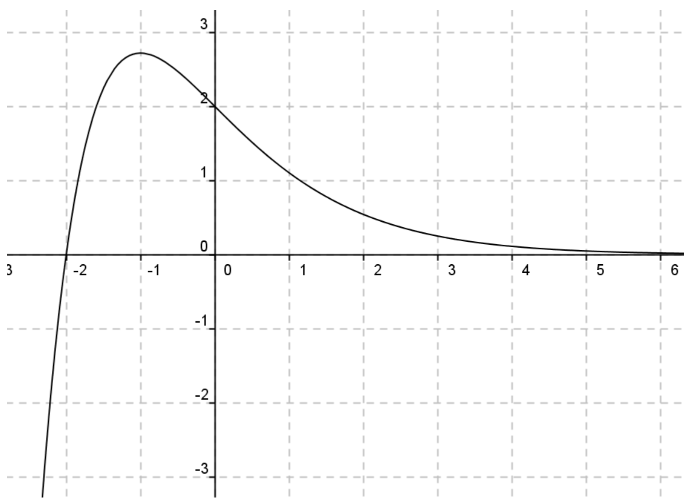
a- *Déterminer l'écriture algébrique du nombre* $Z = 2z + 1 - i\,\overline{z}$

b- *Déterminer une condition sur x et y pour que Z soit un nombre réel*

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur IR, dont la représentation C_f *est donnée ci-dessous.*

1- *Résoudre, par lecture, les inéquations suivantes :* $f(x) < 0$; $f'(x) > 0$



2- *Tracer dans ce repère la droite (D) d'équation* $y = \frac{1}{2}x + 1$

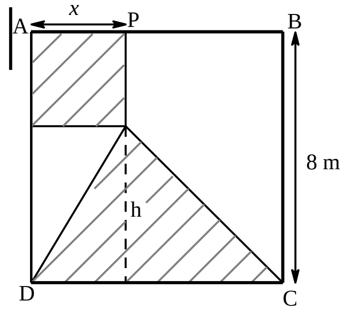
Déterminer par lecture, les coordonnées des points d'intersection de (D) avec C_f

3- *On admet dans cette question que la fonction f est définie par :* $f(x) = (x + 2)e^{-x}$
Vérifier par le calcul que le sommet a pour abscisse - 1

Exercice 4

Présentation de la situation :

Une entreprise paysagiste doit créer un espace « jardin et terrasse » sur un terrain ABCD de forme carrée de côté 8 m.



→ *Le projet présenté aux clients, modifiable à souhait, est schématisé sur la figure ci-contre.*
→ *La partie « jardin » est hachurée (carré et triangle ayant un sommet commun).*
→ *La terrasse occupe le reste du terrain.*
→ *Le point P est mobile sur le segment [AB].*

Au cours des échanges entre le client et le paysagiste, diverses questions se sont posées :

(1) Est-il possible que l'aire du jardin soit égale à la moitié de celle du terrain ?
(2) Est-il possible que l'aire du jardin soit égale au quart de l'aire du terrain ?
(3) Est-il possible de faire en sorte que l'aire du jardin soit minimale ?

Modélisation : *On note x la longueur AP en mètres.*

1- **a-** *Préciser dans quel intervalle, noté I, varie x.*
b- *Montrer que l'aire du jardin, notée f (x), est égale à* $x^2 - 4x + 32$

2- **a-** *Résoudre, dans l'intervalle I, l'équation f (x) = 32.*
b- *En déduire la réponse à la question (1).*

4- *Donner en justifiant une réponse à la question (2).*

5- *Donner en justifiant une réponse à la question (3).*

6- *Représenter la fonction f dans le repère ci-dessous :*