



PREPARATION AU CONCOURS INTERNE D'INGENIEUR TERRITORIAL

MATHEMATIQUES

Diagnostic des connaissances

Durée : 2h00

Calculatrice non programmable autorisée

Afin d'aborder la préparation au concours d'ingénieur dans les meilleures conditions et en particulier l'épreuve de mathématiques et physique appliquées, il est indispensable de réaliser un diagnostic de vos connaissances en mathématiques.

En fonction de vos résultats, vous pourrez soit :

- accéder à une préparation concours ou examen,
- accéder à une formation de remise à niveau dite « tremplin » en amont de l'entrée en préparation,
- construire un autre projet de formation avec votre collectivité.

L'ensemble des compétences indispensables en mathématiques sont abordées au travers des 9 questions proposées.

La calculatrice non programmable est autorisée, sauf indication contraire.

Il est conseillé de lire la totalité du sujet avant de commencer, afin de gérer au mieux votre temps.

Portez vos réponses directement sur ce document (10 pages).

Nom :	Prénom :
Collectivité :	

Cadre réservé au CNFPT	
Partie 1	/ 8,5 points
Partie 2	/ 6 points
Partie 3	/ 5,5 points
Total	/20 points

Partie 1 - **Echauffement**

Question 1. Calcul numérique sans calculatrice. Donner le détail des calculs.

1) $A = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \left(\frac{21}{25} \times \frac{15}{14} - \frac{2}{5} \right)$

0,5 point

Calculer A, mettre la réponse sous forme de fraction.

2) $B = 2^3 + (-2)^3 + 2^{-3}$

0,5 point

Calculer B, donner la réponse sous forme fractionnaire.

3) $C = (3\sqrt{2} - \sqrt{6})^2$

0,5 point

Ecrire C sous la forme $12(a + b\sqrt{c})$. a, b et c sont 3 entiers relatifs.

Question 2. Calcul littéral

1) Factoriser « au maximum » les expressions suivantes :

a) $D = x^3 - 4x$

0,75 point

b) $E = a^2 - 1 - ab - b$

0,75 point

2) Simplifier les écritures suivantes.

Pour chacune, donner les valeurs interdites éventuelles.

a) $F = \frac{25 + 5a}{5}$

0,5 point

b) $G = \frac{2a^2 - 4a}{a^2 - 4}$

1 point

3) Soient a et b deux nombres réels non nuls.

1,5 point

a- Traduire les phrases suivantes en écriture mathématique.

b- Dire si ces affirmations sont vraies (V) ou fausses (F)

Enoncé	Traduction	Validation
L'opposé d'une somme est la somme des opposés	$-(a + b) = -a - b$	V
L'opposé d'un produit est égal au produit des opposés		
L'inverse d'une somme est égal la somme des inverses		
L'opposé de l'opposé de ce nombre est égal à l'inverse de l'inverse de ce nombre.		
La différence entre un nombre a et la demi-somme des nombres a et b est égale à leur demi-différence.		

Question 3. Polynômes et (in-)équations.

- 1) On considère la proposition : **0,5 point**
« Pour tout entier naturel n , la somme de deux polynômes de degré n est un polynôme de degré n ».
Cette proposition est-elle vraie ou fausse ?

Dans le cas où vous la jugez fausse, donner un contre-exemple.

- 2) Résoudre dans \mathbb{R} **0,5 point**

$$(E) : \frac{2x - 5}{4} = \frac{-3 - 3x}{5} + 1$$

- 3) Soit x un nombre réel. **1,5 point**

On considère l'expression $E(x) = x^2(2 - 3x) + 2(2 - 3x) - (2 - 3x)^2$

- a) Développer $E(x)$

b) Factoriser $E(x)$ en un produit de trois facteurs du premier degré.

c) Utiliser l'expression de $E(x)$ la mieux adaptée pour résoudre dans \mathbb{R} , $E(x) = 0$

Partie 2 - Plus sérieusement.**Question 4. QCM****2 points**

Pour chacune des questions suivantes, il n'y a qu'une seule réponse exacte qu'il faudra entourer. Aucune justification n'est demandée.

+ 0,25 pour chaque réponse correcte, - 0,25 pour chaque réponse fausse.

1- Soit le nombre complexe $z = (2 - 3i)^2 + 4$. La partie réelle de z est :

Réponse a : 0 Réponse b : - 1 Réponse c : 4

2- Le nombre 0 est solution de l'équation $x^4 - x^3 + 2x^2 - 1 = 0$

Réponse a : Oui Réponse b : Non Réponse c : On ne sait pas

3- L'intégrale $I = \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+1} dx$ est un nombre positif.

Réponse a : oui Réponse b : non Réponse c : On ne sait pas

4- Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + 1}$.

La courbe de cette fonction coupe l'axe des abscisses en 3 points.

Réponse a : Oui Réponse b : Non Réponse c : On ne sait pas

5- Toute fonction f positive est croissante

Réponse a : Oui Réponse b : Non Réponse c : On ne sait pas

6- La fonction : $x \rightarrow x^2$, définie sur $] -1 ; 1[$, est paire.

Réponse a : oui Réponse b : non Réponse c : On ne sait pas

7- Si deux droites de l'espace sont orthogonales à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.

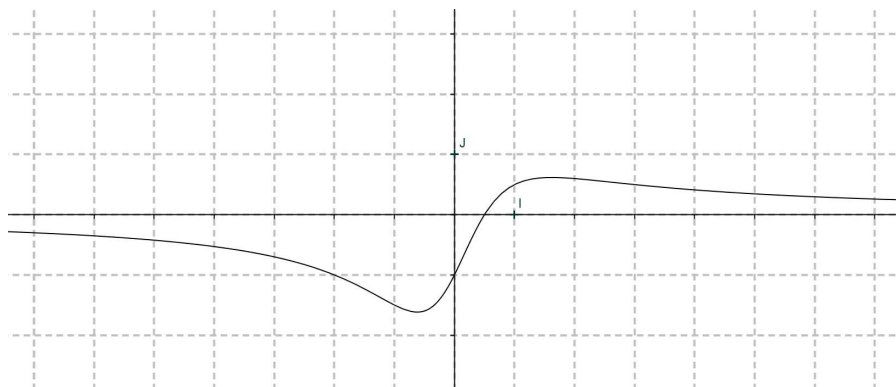
Réponse a : oui Réponse b : non Réponse c : On ne sait pas

8- Le nombre $\frac{2}{3}$ est le coefficient directeur de la droite d'équation $2x - 3y + 6 = 0$

Réponse a : oui Réponse b : non Réponse c : On ne sait pas

Question 5. Courbe et calculs.

Dans le repère (O, I, J), la courbe (C) ci-dessous représente la fonction f, définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + 1}$. Soient A et B deux points appartenant à (C).



1) Si A a pour abscisse 2, calculer son ordonnée.

0,5 point

2) Si B a pour ordonnée $\frac{1}{2}$, calculer son abscisse.

0,5 point

3) Calculer la dérivée f' de la fonction f.

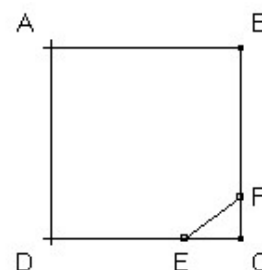
2 points

Etudier le signe de f'. En déduire le tableau de variation de la fonction f.

Question 6. Géométrie et calcul.**1 point**

Dans le carré ci-contre on sait que $AB = 16$; $DE = 13$; $EF = 5$

Calculer la valeur exacte de AF . (Le dessin n'est pas à l'échelle).

**Partie 3 – Pour (en) finir****Question 7. Un peu de réflexion 1****1,5 point**

Soient m un réel positif et P le trinôme défini par $P(x) = x^2 + mx + m + 3$

Déterminer l'ensemble des valeurs de m pour que P admette deux racines réelles distinctes.

Question 8. Un peu de réflexion 2**1 point**

Soit f la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x}{x-1}$.

On note (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé.

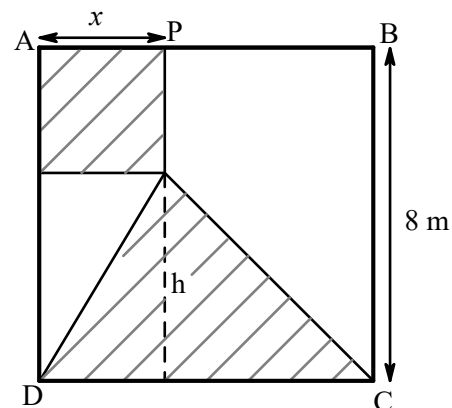
Montrer que la propriété : « la somme des coordonnées est égale à leur produit » est vérifiée pour tout point de (C) .

Question 9. Modélisation

3 points

Une entreprise paysagiste doit créer un espace « jardin et terrasse » sur un terrain ABCD de forme carrée de côté 8 m.

- Le projet présenté au client, modifiable à souhait, est schématisé sur la figure ci-contre.
- La partie « jardin » est hachurée (Carré et triangle ayant un sommet commun).
- La terrasse occupe le reste du terrain.
- Le point P est mobile sur le segment [AB].



Au cours des échanges entre le client et le paysagiste, diverses questions se sont posées :

- (1) Est-il possible que l'aire du jardin soit égale à la moitié de celle du terrain ?
- (2) Est-il possible que l'aire du jardin soit égale au quart de l'aire du terrain ?
- (3) Est-il possible de faire en sorte que l'aire du jardin soit minimale ?

On note x la longueur AP en mètres.

1- a- Préciser dans quel intervalle, noté I, varie x .

b- Montrer que l'aire du jardin, notée $f(x)$, est égale à $x^2 - 4x + 32$

2- a- Résoudre, dans l'intervalle I, l'équation $f(x) = 32$.

b- En déduire la réponse à la question (1).

3- Donner en justifiant une réponse à la question (2).

4- Donner en justifiant une réponse à la question (3).

5- Représenter la fonction f dans le repère ci-dessous :

