CENTRE NATIONAL DE LA FONCTION PUBLIQUE TERRITORIALE

TEST D'ORIENTATION AUTOMNE 2023

CATÉGORIE A

Test de maths-physique

Préparation concours ingénieur

Durée : 2h00

NOM : _____

PRÉNOM : _____

COLLECTIVITÉ : _____

CADRE RESERVE AU CNFPT	
Note finale : …. / 20	
Décision d'orientation :	
Accès direct en préparation	☐
Tremplin A	☐
Autre parcours	☐

Ce test comporte 8 pages

Objectif de ce test

Un concours ou un examen de catégorie A exige un champ de connaissances élargi et une méthodologie de l'écrit rigoureuse, ainsi que, pour le concours d'ingénieur plus spécifiquement, de solides connaissances en mathématiques et physique. Votre accès en préparation est conditionné aux résultats de ces deux tests.
Ce test centré sur les mathématiques et la physique a pour but d'évaluer les acquis et les compétences indispensables pour engager une préparation dans de bonnes conditions.

En fonction de vos résultats, vous pourrez soit :

- accéder à une préparation concours ou examen,
- accéder à une formation de remise à niveau dite « tremplin » en amont de l'entrée en préparation,
- construire un autre projet de formation avec votre collectivité.

- **Séquence 1 « Mathématiques » :**

Notée sur 10 points.

- **Séquence 2 « Physique »**

Notée sur 10 points.

Le candidat ou la candidate devra apporter des calculs et opérations entièrement rédigées et structurées. Un candidat/candidate qui n'aborderait pas tous les exercices serait fortement pénalisé.
Il n'est pas obligatoire de répondre aux questions dans l'ordre, vous avez la possibilité d'aller et venir entre les questions.
La gestion du temps étant essentielle pour réussir ce test, il est vivement conseillé de lire les deux séquences avant de commencer.

Séquence 1 : Mathématiques (10 points)

Exercice 1 (1 point) :

Écrivez, sous forme algébrique (sous forme a+ib avec a et b réels), le nombre complexe A suivant :

$$A = (\sqrt{2} - 2i)(2 - 3i) - \frac{1}{2+i}$$

Exercice 2 (1,25 pt) :

1. Donnez le module et un argument du nombre complexe $\mathrm{B} = (1 + \mathrm{i})$
2. Écrivez B sous forme exponentielle.

Exercice 3 (1,50 pt) :

On donne le polynôme du second degré $\mathrm{P}(x) = 2\mathrm{x}^2 - 4\mathrm{x} + 3$

1. Résolvez dans Ψ, $\mathrm{P}(x) = 0$.
2. Étudiez le signe (sous forme de tableau) de Q(x) = $\frac{(x+2)P(x)}{3x-2}$ sur Ψ\ {2/3}.

Exercice 4 (1 pt) :

On donne la fonction de degré 3 $f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 1$ définie sur Ψ.

1. Exprimez $\boldsymbol{f'}$ la dérivée.
2. Déterminez $\boldsymbol{F}$ une primitive de ce polynôme.

Exercice 5 (1,75 pt) :

Donnez les solutions des équations suivantes :

1. $\ln(3x - 2) = \ln 2x - \ln 3$
2. $\mathrm{e}^{3x-2} = \frac{1}{\mathrm{e}^{4+5x}}$

Exercice 6 (0,75 pt) :

1. Quel nom donne-t-on à la représentation mathématique suivante ?

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 5 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Cet élément est-il inversible? (justifier)

Exercice 7 (2,75 pts) :

Soit la fonction $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

Pour information :

- g est une fonction négative sur l'intervalle $]-\infty ; \alpha]$ et positive sur l'intervalle $[\alpha; +\infty[$ avec α un réel supérieur à 1.
- $g(\alpha) = 0$

x	-∞	1	α	+∞
g(x)		−	0	+

Soit la fonction $f(x) = \frac{x^3+2x^2}{x^2-1}$.

1. Donnez l'ensemble de définition de la fonction.
2. Montrez que sur son domaine de définition, la dérivée de f est égale à $f'(x) = \frac{x\,.\,g(x)}{(x^2-1)^2}$.
3. Déterminer les limites aux bornes de l'ensemble
4. Dressez son tableau de variation.

Séquence 2 : Physique (10 points)

Exercice 8 (2 pts) : Thermodynamique : Notion de gaz parfait

Un gaz parfait est un gaz dont les molécules n'ont aucune action mutuelle. On peut, par exemple, les considérer comme très éloignées les unes des autres, c'est à dire qu'un gaz réel tend vers le gaz parfait quand la pression tend vers zéro.

On donne l'équation d'un gaz parfait : **P.V = n.R.T** avec **n** : Nombre de moles

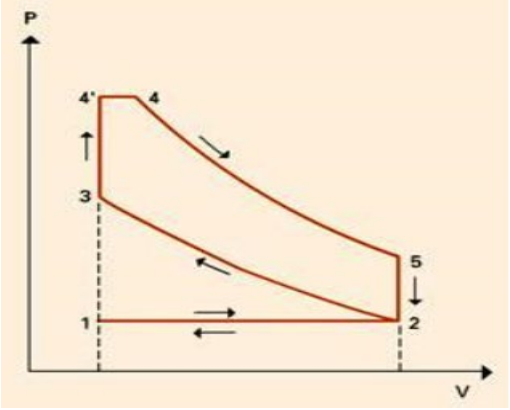
1. Préciser les quatre grandeurs et leur unité :

   - P :
   - V :
   - R :
   - T :

2. Reliez chaque nom à sa transformation :

Isobare	•	•	**Transformation à volume constant**
isochore	•	•	**Transformation à température constante**
isotherme	•	•	**Transformation à pression constante**
adiabatique	•	•	**Transformation sans aucun transfert thermique**

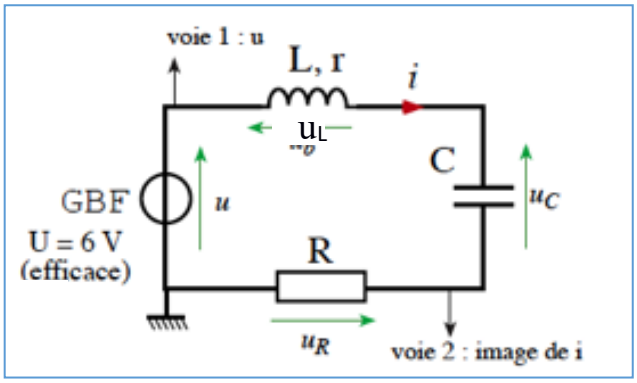
3. Complétez la légende avec les termes suivants : « isochore », « isobare », « adiabatique »



1-2	→	**aspiration**
2-3	→	
3-4'	→	
4'-4	→	
4-5	→	
5-2	→	
2-1	→	**échappement**

Exercice 9 (2,5 pts) : Electronique (les régimes variables)

Soit le circuit RLC en série suivant :



Si le circuit RLC série est soumis à une tension E sinusoïdale de pulsation ω, la loi des mailles impose la relation :

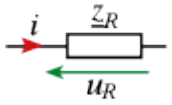
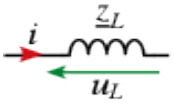
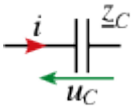
$$E = u_C + u_L + u_R = u_C + L\frac{di}{dt} + R_t i$$

En introduisant la relation caractéristique du condensateur : $i_C = i = C\frac{du_C}{dt}$

1. Cochez la bonne équation différentielle du second ordre que l'on obtient en appliquant les lois de la physique.

☐ $\frac{di}{dt} = C\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{R}\frac{du}{dt} + \frac{u}{L}$ ☐ $LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + R_tC\frac{du_c}{dt} + u_C = E$

2. Compléter le tableau suivant :

	Résistance	**Inductance**	**Capacité**
			
Impédance (Ω)			
Déphasage (rad)			
Impédance complexe (Ω)			

3. L'impédance physique (celle que l'on mesure) est (cochez la bonne case).

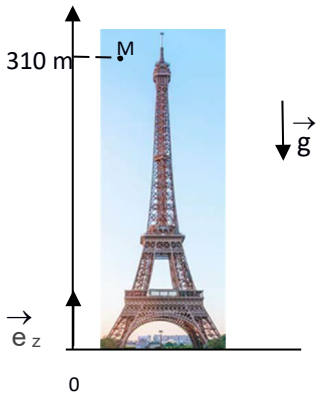
☐ $\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ ☐ $\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2}$

Exercice 10 (2,75 pts) : Mécanique + Energétique (cinétique d'un point)

On lâche sans vitesse initiale, un objet noté M, supposé ponctuel, de masse m = 1kg, du sommet de la Tour Eiffel, soit à une altitude h = 310 m.

Dans cet exercice nous chercherons à décrire le mouvement de M dans un repère dont l'origine est située au niveau du sol et nous noterons $\vec{e}_z$ le vecteur de norme unité dirigé verticalement, du bas vers le haut. Nous noterons respectivement z(t), v(t) et a(t) l'altitude, la vitesse et l'accélération de M en fonction du temps suivant la direction $\vec{e}_z$.

Dans tout l'exercice, les frottements seront négligés et $\vec{g} = -g\,\vec{e}_z$. avec g = 9,81 m.s-2



1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur l'objet.
2. A partir du principe fondamental de la dynamique, établir les lois horaires du mouvement :

   (a(t) = …, v(t) = …, z(t) = …).

3. Déterminer alors le temps que mettra l'objet pour atteindre le sol.

4. Déterminer sa vitesse au moment de l'impact.

5. Donner les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur Epp(t) et de l'énergie cinétique Ec(t) de l'objet. Remarque : pour la détermination de la constante dans l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur, on choisira arbitrairement d'écrire que Epp = 0 au niveau du sol, c'est à dire pour z=0).

6. Compte tenu des hypothèses formulées dans cet exercice, par quelle relation ces deux énergies sont-elles reliées ?

Exercice 11 (1,25 pt) :

Un moteur de moulin à café absorbe une énergie de 5,18kJ en 14 secondes. Le rendement du moteur est de 89%.

On considèrera que l'énergie absorbée est proportionnelle au temps d'utilisation.

1. Calculer la puissance absorbée et la puissance utile du moteur.

2. Calculer l'énergie électrique absorbée en 1 heure de fonctionnement et les pertes thermiques correspondantes.

Exercice 12 (1,5 pt) :

La résultante des forces de résistance auxquelles est soumis un TGV sur une voie rectiligne et horizontale est donnée par la relation :

$f = 0{,}8.v^2 + 50v + 4000$ avec v la vitesse du TGV en $km.h^{-1}$ et f en N.

1. Calculer la valeur de la force f pour une vitesse v de 360 $km.h^{-1}$.

2. Calculer la force motrice F, lorsque le TGV roule à vitesse constante.

3. Calculer la puissance développée par le moteur du TGV lancé à cette vitesse.